

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, **A o B**. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. (3 puntos)

a) (1,5 puntos) Resuelva el sistema:

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) (1,5 puntos) Sabiendo que el determinante de la matriz A siguiente:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ x & y & z \end{pmatrix}$$

es 4, es decir $|A| = 4$, determine el determinante de la matriz B que aparece a continuación:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3a+k & x+5 \\ 2 & 3b+k & y+5 \\ 2 & 3c+k & z+5 \end{pmatrix}$$

2. (1,5 puntos)

a) (0,5 puntos) Dados los vectores $\vec{u} = (1, 2, 1)$, $\vec{v} = (2, 1, 1)$ y $\vec{w} = (0, 2, 1)$, determine el volumen del paralelepípedo que definen esos tres vectores.

b) (1 punto) Determine la posición relativa de las rectas r y s siguientes:

$$r: \frac{x+1}{4} = \frac{y}{6} = \frac{z+2}{1}$$

$$s: \begin{cases} -x + y + 2z - 4 = 0 \\ x + 2y + z - 5 = 0 \end{cases}$$

3. (4 puntos)

a) (2,5 puntos) Considere la función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$$

a.1) (1 punto) Determine las asíntotas de la función $f(x)$.

a.2) (1,5 puntos) Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los mínimos y máximos relativos de la función $f(x)$.

b) (1,5 puntos) Calcule la siguiente integral:

$$\int \frac{9}{x^2 + x - 2} dx$$

4. (1,5 puntos) Se lanza 10 veces un dado equilibrado (es decir un dado donde todas sus caras tiene la misma probabilidad de aparecer).

a) (0,75 puntos) Determine la probabilidad de que salga un número par en todos los lanzamientos.

b) (0,75 puntos) Determine la probabilidad de que salga un número par exactamente en tres lanzamientos. (NO es preciso finalizar los cálculos, puede dejarse indicada la probabilidad, precisando los números que la definen y sin hacer los cálculos).

OPCIÓN B

1. (3 puntos)

a) (1,5 puntos) Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

encuentre la matriz X , de dimensión 3×3 , que resuelve la ecuación matricial:

$$AX + B = A^2$$

b) (1,5 puntos) Determine el rango de la matriz C siguiente según los diferentes valores del parámetro k

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & k \\ k & k & 1 \end{pmatrix}$$

2. (1,5 puntos) Determine el valor de los parámetros m y n que hacen que la recta:

$$r : \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + z = 3 \end{cases}$$

esté contenida en el plano:

$$\pi : mx + y + nz = 4$$

3. (4 puntos)

a) (1,5 puntos) Calcule el límite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x} - \frac{x^3 - x^2 - x + 2}{x^2} \right)^{\frac{3+x^2}{x}}$$

b) (1,5 puntos) De entre todos los triángulos rectángulos que tiene un área de 1 cm^2 , determine el que tiene la hipotenusa de longitud mínima y proporcione las longitudes de los tres lados de ese triángulo.

c) (1 punto) Calcule el área limitada por la curva $f(x) = x^2 + x$ y la recta $g(x) = x + 4$.

4. (1,5 puntos)

a) (0,75 puntos) En una clase de 20 alumnos, 10 estudian ruso, 12 practican algún deporte y tan solo 2 hacen ambas cosas. ¿Cuál es la probabilidad de que, al escoger un alumno al azar, si estudia ruso, practique algún deporte?

b) (0,75 puntos) Un tirador de pistola olímpica, tiene una probabilidad de 0,8 de hacer blanco. Si dispara 12 veces, ¿cuál es la probabilidad de que haga 10 o más blancos?. (NO es preciso finalizar los cálculos, puede dejarse indicada la probabilidad, precisando los números que la definen y sin hacer los cálculos).



CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCION

Como norma general, se deben valorar positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas.

Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia al error, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea manifiestamente inconsistente con el problema a resolver.

Opción A

A.1-a (1,5 puntos) Al tratarse de un sistema homogéneo con infinitas soluciones la calificación máxima se obtendrá si se proporciona la parametrización de las infinitas soluciones.

Si solo se proporciona la solución $x = y = z = 0$, la calificación máxima será de 0,5 puntos.

A.1-b (1,5 puntos) La calificación debe tener en cuenta la aplicación de las propiedades de los determinantes que permiten calcular el determinante sin necesidad de desarrollarlo.

No obstante, si no se usa ninguna propiedad y se realizan todos los cálculos desarrollando directamente el determinante, no debe realizarse ninguna penalización ya que esta irá implícita en el consumo de tiempo necesario para efectuar todos los cálculos.

A.2-a (0,5 puntos) Determinación del volumen: 0,5 puntos.

A.2-b (1 punto) La determinación de que las rectas se cruzan se valorará con 1 punto. Si solamente se dice que se cruzan o se cortan la calificación máxima será de 0,5 puntos.

A.3-a-i (1 punto) Estudio de las asíntotas horizontales: 0,2 puntos.

El estudio de cada una de los otros dos tipos de asíntotas (verticales y oblicuas): 0,4 cada uno de esos dos tipos.

A.3-a-ii (1,5 puntos) Determinación de los intervalos de crecimiento y de decrecimiento: 1 punto. Estudio de los máximos y mínimos relativos: 0,5 puntos.

A.3-b (1,5 puntos) Los pasos y razonamientos en el cálculo de la integral deben estar claros y la calificación debe tenerlo en cuenta. Si no se escribe la constante de integración, la calificación máxima será de 1,2 puntos.

A.4 De manera genérica, puede pensarse que, debido a las modificaciones recientes en el temario, esta parte todavía representa una novedad cualitativa importante para los estudiantes. No obstante, las cuestiones son los suficientemente sencillas como para que no supongan una especial dificultad.

En todo caso, en las dos cuestiones planteadas los pasos para la determinación de las probabilidades deben estar claros y la valoración de las cuestiones debe tenerlo en cuenta, si bien cualquier estrategia es válida.

A.4-a (0,75 puntos) Cualquier estrategia usada para determinar la probabilidad es igualmente válida, siempre que sea coherente y correcta.

A.4-b (0,75 puntos) Cualquier estrategia usada para determinar la probabilidad es igualmente válida, siempre que sea coherente y correcta.

Debe señalarse que, dado que en este apartado es razonable aplicar la distribución de probabilidades Binomial que incluye cálculos que pueden resultar tediosos, se les ha indicado a los estudiantes que NO es preciso finalizar los cálculos, y pueden dejar indicada la probabilidad, precisando, eso sí, los números que la definen.

Opción B

B.1-a (1,5 puntos) Para obtener la máxima calificación debe obtenerse la matriz X que se busca. En todo caso, la calificación debe tener en cuenta los cálculos y razonamientos que se utilicen, es decir, no llegar a obtener la matriz X correcta NO implica una calificación de 0 puntos.

B.1-b (1,5 puntos) La calificación debe tener en cuenta si se analizan todos los casos que aparecen. La valoración de todos los casos debe ser idéntica.

B.2 (1,5 puntos) Determinación de los dos parámetros: 1,5 puntos.

B.3-a (1,5 puntos) Los pasos en la determinación del límite deben estar claros y la calificación debe tenerlos en cuenta.

B.3-b (1,5 puntos) Planteamiento del problema: 1 punto. Resolución: 0,5 puntos. Si en la resolución no argumentan o comprueban (bastaría con que lo argumentasen correctamente) que la solución corresponde a un mínimo, se podrá penalizar con un máximo de 0,2 puntos.

B.3-b (1 punto) Los cálculos son lo suficientemente sencillos como para que no haya dificultad en determinar el valor del área.

B.4 Como se ha mencionado en los criterios de la opción A, puede pensarse que esta parte todavía representa una novedad cualitativa importante para los estudiantes. No obstante, las cuestiones son lo suficientemente sencillas como para que no supongan una especial dificultad.

En todo caso, en las dos cuestiones planteadas los pasos para la determinación de las probabilidades deben estar claros y la valoración de las cuestiones debe tenerlo en cuenta, si bien cualquier estrategia es válida.

B.4-a (0,75 puntos) Cualquier estrategia usada para determinar la probabilidad es igualmente válida, siempre que sea coherente y correcta.

Si un estudiante identifica correctamente la cuestión a responder como, por ejemplo, el cálculo de la probabilidad condicional identificando los sucesos, pero no sabe determinar la probabilidad, la puntuación máxima será de 0,25 puntos.

B.4-b (0,75 puntos) Cualquier estrategia usada para determinar la probabilidad es igualmente válida, siempre que sea coherente y correcta.

Debe señalarse que, dado que es razonable aplicar la distribución de probabilidades Binomial que incluye cálculos que pueden resultar tediosos, se les ha indicado a los estudiantes que NO es preciso finalizar los cálculos, y pueden dejar indicada la probabilidad, precisando, eso sí, los números que la definen.